

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Нижегородский государственный технический университет**  
**им. Р.Е. Алексеева»(НГТУ)**

**Дзержинский политехнический институт (филиал)**

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института:

\_\_\_\_\_ А.М.Петровский

“ 05 ” \_\_\_\_\_ мая \_\_\_\_\_ 2022г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.Б.27 Математическое моделирование**

(индекс и наименование дисциплины по учебному плану)

для подготовки бакалавров

Направление подготовки: 01.03.04 Прикладная математика

Направленность: Математические и компьютерные методы для современных технологий

Форма обучения: очная

Год начала подготовки 2022

Выпускающая кафедра Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы

Кафедра-разработчик Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы

Объем дисциплины 144/4  
часов/з.е

Промежуточная аттестация экзамен

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент А.Н. Лобаев

Дзержинск 2022

Рабочая программа дисциплины: разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РФ от 10 января 2018 года № 11 на основании учебного плана, принятого УС ДПИ НГТУ

протокол от 28.04.2022 № 8

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры-разработчика РПД Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы  
протокол от 05.05.2022 № 6

Зав. кафедрой к.т.н, доцент \_\_\_\_\_ Л.Ю. Вадова  
(подпись)

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий выпускающей кафедрой Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы  
к.т.н, доцент \_\_\_\_\_ Л.Ю.Вадова  
(подпись)

Начальник ОУМБО \_\_\_\_\_ И.В. Старикова  
(подпись)

Рабочая программа зарегистрирована в ОУМБО: 01.03.04 - 27

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины .....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) .....	4
4. Структура и содержание дисциплины.....	6
5. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины.....	10
6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	14
7. Информационное обеспечение дисциплины.....	15
8. Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ.....	16
9. Материально-техническое обеспечение, необходимое для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	16
10. Методические рекомендации обучающимся по освоению дисциплины.....	17
11. Оценочные средства для контроля освоения дисциплины.....	20

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1.1. Цель освоения дисциплины:

Целью освоения дисциплины является формирование систематических знаний, представлений, умений и навыков, необходимых для математического моделирования и последующего анализа результатов при решении задач исследовательского и прикладного характера.

### 1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля):

— освоение основных подходов к выбору и применению численных методов для решения типичных математических задач, возникающих при исследовании математических моделей различных объектов, процессов и явлений;

— знание дифференциальных уравнения, описывающих основные физико-химические процессы и конечно-разностных методов решения уравнений в частных производных и систем обыкновенных ДУ.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Учебная дисциплина «Математическое моделирование» включена в обязательный перечень дисциплин обязательной части образовательной программы вне зависимости от ее направленности (профиля). Дисциплина реализуется в соответствии с требованиями ФГОС, ОП ВО и УП, по данному направлению подготовки.

Дисциплина базируется на следующих дисциплинах: Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Операционное исчисление, Уравнения математической физики, Классическая механика.

Дисциплина «Математическое моделирование» является основополагающей при решении широкого круга задач, важных в практической работе выпускника бакалавриата по направлению подготовки Прикладная математика.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся, по их личному заявлению.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Таблица 1 – Формирование компетенции **ОПК-2** дисциплинами

Наименование дисциплин, формирующих компетенцию совместно	Семестры формирования компетенций дисциплинами.							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Дискретная математика								
Основы машинного обучения								
Методы оптимизации и теория принятия решений								
Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов								
Численные методы								
Теория игр и исследование операций								
Математическое моделирование								
Выполнение и защита выпускной квалификационной работы								



ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП

Таблица 2

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине			Оценочные средства	
					Текущего контроля	Промежуточной аттестации
<b>ОПК-2.</b> Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	<b>ИОПК-2.5.</b> Выполняет математическое моделирование для решения задач исследовательского характера	<b>Знать:</b> понятие вычислительного эксперимента, его основные этапы; дифференциальные уравнения (ДУ), описывающие основные физико-химические процессы; конечно-разностные методы решения уравнений в частных производных и систем обыкновенных ДУ.	<b>Уметь:</b> строить математические модели различных физико-химических процессов; составлять алгоритм численного решения задачи и программу для его реализации на ПК; решать математически поставленные задачи в среде MathCad, Matlab.	<b>Владеть:</b> навыками работы на персональном компьютере; численными методами, применяемыми для решения уравнений математики, описывающих математическую модель задачи.	Тестирование в системе MOODLE. (в базе тестирования 50-60 вопросов), выполнение 2 контрольных работ (по 10 вариантов в каждой контрольной работе)	Вопросы для устного собеседования и решения задач: билеты (20 билетов)

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4зач.ед./144 часа, распределение часов по видам работ семестрам представлено в табл. 3 .

Формат изучения дисциплины: с использованием элементов электронного обучения

Таблица 3 – Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам  
Для очной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		8
<b>1. Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего), в том числе:</b>	56	56
<b>1.1. Аудиторные занятия (всего), в том числе:</b>	50	50
- лекции (Л)	20	20
- лабораторные работы (ЛР)	20	20
- практические занятия (ПЗ)	10	10
- практикумы (П)		
<b>1.2. Внеаудиторные занятия (всего), в том числе:</b>	6	6
- групповые консультации по дисциплине	4	4
- групповые консультации по промежуточной аттестации (экзамен)	2	2
<b>2. Самостоятельная работа студента (СРС) (всего)</b>	52	52
<b>Вид промежуточной аттестации экзамен</b>	36	36
<b>Общая трудоемкость, часы/зачетные единицы</b>	144/4	144/4

## 1.2 Содержание дисциплины, структурированное по темам

Таблица 4 – Содержание дисциплины, структурированное по темам для обучающихся очной формы обучения

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)				
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час								
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час									
8 семестр													
ОПК-2, ИОПК-2.5	<b>Раздел 1 Основные понятия и принципы математического моделирования</b>					<b>Лекции:</b> (6.1.1:С. 11-54); (6.1.1:С. 56-86) (6.1.2:С. 58-92) <b>Практика:</b> (6.1.3:С. 68 – 92)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски						
	<b>Тема 1.1.</b> Современное состояние теории математического моделирования.	1	-		4								
	<b>Тема 1.2</b> Универсальность математических моделей. Принцип аналогий. Иерархия моделей. Классификация моделей	1		1	2								
	<b>Тема 1.3</b> Элементарные математические модели. Примеры моделей получаемых из фундаментальных законов природы	1	2	2	4								
	<b>Тема 1.4</b> Детерминированные модели	2	2	1	2								
	<b>Тема 1.5</b> Математическое моделирование и вычислительный эксперимент	2	2	1	4								
	<b>Итого по разделу 1</b>	7	6	5	16								
	<b>Раздел 2 Некоторые классические задачи математической физики.</b>									<b>Лекции:</b> (6.1.4: С. 7-90), <b>Практика:</b> (6.1.5: С. 47-57,	Разбор решения конкретных		
	<b>Тема 2.1</b> Математические модели процессов нелинейной теплопроводности и горения.	2		1	4								



Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
						67-72, 89-98)	примеров с помощью презентации и у доски		
	<b>Тема 2.2</b> Математические модели теории волн. Метод характеристик. Обобщенное решение.	4	2	1	4	<b>Лекции:</b> (6.1.4: С. 7-90), <b>Практика:</b> (6.1.5: С. 47-57)			
	<b>Тема 2.3</b> Решения уравнения Гельмгольца.	2	2	1	2	<b>Лекции:</b> (6.1.4: С. 7-90), <b>Практика:</b> (6.1.5: С. 67-720)			
	<b>Тема 2.4</b> Метод конечных разностей. Основные понятия. Аппроксимация, устойчивость, сходимости. Разностная задача для уравнения теплопроводности на отрезке. Явные и неявные схемы. Метод прогонки, достаточные условия устойчивости. Экономичные разностные схемы. Схема переменных направлений. Консервативные однородные разностные схемы.	2	2	2	8				
	<b>Итого по разделу 2</b>	10	6	5	18				
	<b>Раздел 3</b> Моделирование с использованием имитационного подхода.								
	<b>Тема 3.1</b> Модели алгебраических объектов	1	4		6	<b>Лекции:</b> (6.1.1: С. 369-400) <b>Практика:</b> (6.1.1: С. 369-			

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
						400)			
	Тема 3.2 Модели динамических объектов	2	4		12	Лекции: (6.1.1:С.369-400), Практика:(6.1.1:С.369-400)			
	<b>Итого по разделу 3</b>	3	8		18				
	<b>ИТОГО ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	20	20	10	52				

## 5. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

5.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности

### Примерная тематика контрольных работ:

1. Моделирование процессов диффузии и теплопереноса.
2. Моделирование колебательных процессов.

### Пример заданий к контрольной работе

1. Решить следующие задачи для  $(x,t)$  в  $R^2 \times R^2$  ( $t > 0$ ):

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 9u_t = \Delta u, \\ u|_{t=0} = (xy)^2; \end{cases} \quad \begin{cases} 9u_t = \Delta u, \\ u|_{t=0} = (xy)^2; \end{cases} & \begin{cases} u_t = 4\Delta u, \\ u|_{t=0} = \sin x + \sin y; \end{cases} \\ & \begin{cases} u_t = 4\Delta u, \\ u|_{t=0} = \sin x + \sin y; \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} u_t = 4\Delta u, \\ u|_{t=0} = \sin x * \sin y; \end{cases} \quad \begin{cases} u_t = 4\Delta u, \\ u|_{t=0} = \sin x * \sin y; \end{cases} & \begin{cases} 4u_t = \Delta u, \\ u|_{t=0} = e^x y^2; \end{cases} \quad \begin{cases} 4u_t = \Delta u, \\ u|_{t=0} = e^x y^2; \end{cases} \end{aligned}$$

2. Методом усреднения решить приближенно задачу

$$\ddot{x} + x - \mu(\dot{x} - \dot{x}^3) = 0; \quad x|_{t=0} = x_0; \quad \dot{x}|_{t=0} = 0$$

Построить с точностью  $O(\mu)$  (т.е. с остаточным членом  $O(\mu)$ ) асимптотику решения.

### Перечень вопросов, выносимых на промежуточную аттестацию

1. Основные этапы математического моделирования физического процесса.
2. Прямые и обратные задачи, возникающие при математическом моделировании.
3. Приведите примеры, демонстрирующие универсальность математических моделей и принцип аналогий.
4. Что такое иерархия моделей. Приведите примеры.
5. Постановка задачи Гурса и ее решение для простейшего случая.
6. Постановка общей задачи Коши для гиперболического уравнения. Какими свойствами должна обладать кривая  $S$ , на которой ставятся дополнительные условия..
7. Что произойдет, если характеристика уравнения общей задачи Коши пересечет кривую  $S$ , на которой заданы дополнительные условия, более чем в одной точке?
8. Определение и физический смысл функции Римана.
9. Приведите примеры функции Римана.
10. Постановка задача Стефана. Примеры процессов, описываемых задачей Стефана.
11. В чем состоит метод подобия? Примеры задач, при решении которых целесообразно использовать метод подобия.
12. Постановка задачи переноса вещества в двухфазной среде. Задача сорбции.
13. Переход к локальному времени в уравнениях переноса. Пример подобной замены переменной в задаче сорбции.
14. Что такое изотерма сорбции? Приведите примеры.
15. Качественное различие решения задачи сорбции в линейном и нелинейном случае.
16. Поведение на бесконечности решения уравнения Гельмгольца при различных знаках коэффициента  $S$ .

17. Сформулируйте для неограниченной области теорему единственности решения уравнения Гельмгольца в случае отрицательного коэффициента  $C$ .
18. Напишите условие излучения Зоммерфельда в трехмерном и двумерном случаях.  
Для чего ставятся условия излучения?
19. Сформулируйте принцип предельного поглощения.
20. Приведите пример постановки парциальных условий излучения.
21. Как ставится задача математической теории дифракции?
22. Рассмотрим задачу теплопроводности в бесконечной области. Если коэффициент теплопроводности зависит от температуры и обращается в ноль при нулевой температуре, то можно рассматривать финитные решения задачи. Если же уравнение линейно, то финитные решения рассматривать нельзя. Почему? Приведите пример задачи, в которой решение будет финитным.
23. Что такое автомодельное решение? Что такое режимы с обострением? Приведите примеры, приводящие к таким решениям.
24. Приведите примеры процессов, приводящих к модели Вольтера хищник-жертва. Как исследуется решение этой задачи на фазовой плоскости.
25. Напишите линейное, линейное неоднородное и квазилинейное уравнение переноса.  
Составьте уравнения характеристик для этих случаев.
26. Могут ли пересекаться характеристики в случае линейного и квазилинейного уравнения переноса? К какому качественному характеру решений и физическим результатам это приводит?
27. В каких случаях необходимо строить обобщенное решение линейного и квазилинейного уравнения переноса?
28. Напишите условие на разрыве (условие Гюгонио) для квазилинейного уравнения переноса.
29. В чем заключается метод характеристик решения квазилинейного уравнения переноса?
30. Сведение дифференциальной задачи с самосопряженным оператором к вариационной задаче?
31. Как ставится вариационная задача на собственные значения?
32. Что такое вариационные и что такое проекционные алгоритмы? Приведите примеры.
33. В чем состоит метод Рунге? Приведите достаточные условия, обеспечивающие сходимость решений, найденных по методу Рунге, к точному.
34. В чем состоит метод Галеркина и метод моментов?
35. Дайте определение аппроксимации разностной задачей исходной дифференциальной задачи.
36. Дайте определение устойчивости разностной схемы.
37. Дайте определение сходимости разностной схемы.
38. Что означает, что разностная задача имеет  $k$ -ый порядок точности?
39. Дайте определение корректной постановки разностной схемы.
40. Как связаны между собой точность аппроксимации, устойчивость и сходимость разностной схемы?
41. Что такое шаблон разностного оператора? Приведите примеры.
42. Приведите пример явной разностной схемы. В чем ее достоинства и недостатки?
43. Приведите пример неявной разностной схемы. В чем ее достоинства и недостатки?
44. Напишите условия устойчивости явной разностной схемы.
45. Приведите пример безусловно устойчивой схемы.
46. Приведите пример экономичной разностной схемы.
47. Напишите схему переменных направлений.
48. Напишите локально-одномерную схему. Что такое метод факторизации?
49. Дайте определение однородной разностной схемы.
50. Что такое консервативная разностная схема. Приведите пример консервативной и неконсервативной разностной схемы.
51. Какие методы построения консервативной разностных схем вам известны?
52. В чем состоит интегро-интерполяционный метод (метод баланса)?
53. Что такое метод конечных элементов?
54. Приведите пример простейшего базиса метода конечных элементов.

55. Сформулируйте необходимое спектральное условие устойчивости Неймана для решения разностной задачи Коши.
56. Схемы метода бегущего счета для численного решения уравнения переноса.
57. Критерий Куранта для определения устойчивости разностного решения уравнения переноса.
58. Что такое монотонная разностная схема. Какие схемы для численного решения уравнения переноса являются монотонными.
59. Что в асимптотических методах понимается под возмущением? Что такое регулярное и сингулярное возмущение?
60. Что такое асимптотическая оценка. Может ли асимптотический ряд быть расходящимся?
61. В случае задачи с сингулярным возмущением, какой корень вырожденного уравнения является устойчивым? Что такое область влияния корня вырожденного уравнения?
62. Опишите алгоритм построения асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи.
63. В чем состоит метод ВКБ?
64. Для решения каких задач применяется метод усреднения Крылова-Боголюбова?
65. Объясните необходимость применения этого метода для построения приближенного решения уравнения Ван-дер-Поля.

## 5.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Для оценки знаний, умений, навыков и формирования компетенции по дисциплине применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости обучающихся очной формы. Основные требования балльно-рейтинговой системы по дисциплине и шкала оценивания приведены в таблицах 5 - 7.

Таблица 5 – Требования балльно-рейтинговой системы по дисциплине

Виды работ	Количество во подвидов работы	Максимальные баллы за подвид работы		Сроки выполнения подвидов работы	Дополнительные баллы	Штрафные баллы
		1	2			
Контрольные работы	2	10	10	Март, апрель	До +4 за 1 в срок сданную работу	До -4 за 1 работу
Лабораторные работы	6	5 баллов		В течении семестра	До +4	До -4
Выполнение домашних заданий	5	По 4 балла за 1 работу		В течении семестра	До +1 балла за 1 работу	До -1 балла за 1 работу
Посещение занятий (участие в обсуждениях задач)	16	До 0.25 балла за 1 неделю		еженедельно	Ответ у доски до +1 балла	По -1 баллу за 1 пропуск
Ответ на экзамене	1	26		сессия		

Таблица 6 – Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
		Оценка «неудовлетворительно» / «не зачтено» 0-54% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено» 55-70% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «хорошо» / «зачтено» 71-85% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «отлично» / «зачтено» 86-100% от тах рейтинговой оценки контроля
<b>ОПК-2.</b> Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ИОПК-2.5 Выполняет математическое моделирование для решения задач исследовательского характера	Изложение учебного материала бессистемное, неполное, не знает основ математического моделирования, не может применять его в рамках поставленных целей и задач, что препятствует усвоению последующего материала	Фрагментарные, поверхностные знания по основам математического моделирования. Изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего материала. Допускаются отдельные существенные ошибки, исправленные с помощью преподавателя. Затруднения при формулировании основных положений и их применении	Знает материал на достаточно хорошем уровне; представляет основные задачи в рамках постановки целей и выбора оптимальных способов их достижения.	Имеет глубокие знания всего материала, понимает структуру дисциплины; освоил новации лекционного курса по сравнению с учебной литературой; изложение полученных знаний полное, системное; допускаются единичные ошибки, самостоятельно исправляемые при собеседовании

Таблица 7 – Критерии оценивания

Оценка	Критерии оценивания
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает обучающийся, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает обучающийся, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает обучающийся, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает обучающийся, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Учебная литература

6.1.1 **Введение в математическое моделирование:** учебн. пособие / Под ред. П.В. Трусова. – М. Логос, 2017. – 440с. ISBN 978-5-98704-637-1 (ЭБС «Консультант студента»). <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785987046371.html>.

6.1.2 Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи, Методы, Примеры. – 2-е изд., испр. М.: Физматлит, 2005.- 320 с.- (ЭБС «Консультант студента», <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN592210120.html>)

6.1.3 Тихонов А.Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики: Учебник.- 7-е изд. Изд-во «Наука», 1977, - 736 с.

6.1.4 Гайдук А.Р., Беляев В.Е., Пьявченко Т.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB: издательство «Лань», 2011.-464 с.

6.1.5 **Волков Е.А. Численные методы:** учеб. пособие для вузов. – М.: Наука. Гл. Ред. Физ.- мат. лит., 2008. – 256 с.

Библиотечный фонд укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных выше на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль).

### 6.2. Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям

6.2.1 **Голубева, Н.В. Математическое моделирование систем и процессов:** учебное пособие. – 2-е изд. стер. – СПб.: Издательство «Лань» 2016.-192с. ЭБС <https://e.lanbook.com/>.

6.2.2 **Добротин, С.А.** Программное обеспечение математического моделирования систем: учебное пособие для вузов / С.А.Добротин. - Н.Новгород, 2008. - 90с.

**6.2.3 Преобразование Лапласа и его применение [Электронные текстовые данные]:** метод.указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения. В 2ч. Ч.1. / ДПИ НГТУ; сост.: А.Н. Лобаев, Н.М. Богословская. – Дзержинск, 2018. – 20 с.

**6.2.4 Преобразование Лапласа и его применение [Электронные текстовые данные]:** метод.указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения. В 2ч. Ч.2. / ДПИ НГТУ; сост.: А.Н. Лобаев, Н.М. Богословская. – Дзержинск, 2018. – 22 с.

**6.2.5 РЯДЫ ФУРЬЕ [Электронные текстовые данные]:** метод.указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 очной формы обучения / ДПИ НГТУ; сост.: Н.М. Богословская. – Дзержинск, 2018. – 22 с.

**6.2.6 Ряды:** учебное пособие для вузов / Н.М. Богословская, А.Н.Лобаев, И.Ю. Харитоновна, С.И. Вдовин; Нижегород. Гос. ун-т им. Р. Е. Алексева. -Н.Новгород, 2020.- 105 с.

## 7 ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебный процесс по дисциплине обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства (состав по дисциплине определен в настоящей РПД и подлежит обновлению при необходимости).

### 7.1. Перечень информационных справочных систем

Дисциплина, относится к группе дисциплин, в рамках которых предполагается использование информационных технологий как вспомогательного инструмента. Информационные технологии применяются в следующих направлениях: при подготовке и оформлении отчетов о лабораторных работах, выполнении заданий для самостоятельной работы.

Таблица 8 – Перечень электронных библиотечных систем

№	Наименование ЭБС	Ссылка к ЭБС
1	Консультант студента	<a href="http://www.studentlibrary.ru/">http://www.studentlibrary.ru/</a>
2	Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>

### 7.2. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины

Таблица 9 – Программное обеспечение

№ п/п	Программное обеспечение, используемое в университете на договорной основе	Программное обеспечение свободного распространения
1	Microsoft Windows 10 (подписка MSDN 700593597, подписка DreamSpark Premium, 19.06.19)	Adobe Acrobat Reader <a href="https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html">https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html</a>
2	Microsoft office 2010 (Лицензия № 49487295 от 19.12.2011)	OpenOffice <a href="https://www.openoffice.org/ru/">https://www.openoffice.org/ru/</a>
3	Консультант Плюс	PTC Mathcad Express <a href="https://www.mathcad.com/ru">https://www.mathcad.com/ru</a>



## Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

В таблице 10 указан перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, к которым обеспечен доступ (удаленный доступ).

Таблица 10 – Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

№ п/п	Наименование профессиональной базы данных, информационно-справочной системы	Доступ к ресурсу (удаленный доступ с указанием ссылки/доступ из локальной сети университета)
1	2	3
1	База данных стандартов и регламентов РОССТАНДАРТ	<a href="https://www.gost.ru/portal/gost//home/standarts">https://www.gost.ru/portal/gost//home/standarts</a>
2	Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем	<a href="https://cyberpedia.su/21x47c0.html">https://cyberpedia.su/21x47c0.html</a>
3	Инструменты и веб-ресурсы для веб-разработки – 100+	<a href="https://techblog.sdstudio.top/blog/instrumenty-i-veb-resursy-dlia-veb-razrabotki-100-plus">https://techblog.sdstudio.top/blog/instrumenty-i-veb-resursy-dlia-veb-razrabotki-100-plus</a>
4	Справочная правовая система «КонсультантПлюс»	доступ из локальной сети

## 8 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ

В таблице 11 указан перечень образовательных ресурсов, имеющих формы, адаптированные к ограничениям их здоровья, а также сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования.

Таблица 11 – Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ

№	Перечень образовательных ресурсов, приспособленных для использования инвалидами и лицами с ОВЗ	Сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования
1	ЭБС «Консультант студента»	озвучка книг и увеличение шрифта
2	ЭБС «Лань»	специальное мобильное приложение - синтезатор речи, который воспроизводит тексты книг и меню навигации
3	ЭБС «Юрайт»	версия для слабовидящих

Согласно Федеральному Закону об образовании 273-ФЗ от 29.12.2012 г. ст. 79, п.8 "Профессиональное обучение и профессиональное образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляются на основе образовательных программ, адаптированных при необходимости для обучения указанных обучающихся". АОП разрабатывается по каждой направленности при наличии заявлений от обучающихся, являющихся инвалидами или лицами с ОВЗ и изъявивших желание об обучении по данному типу образовательных программ.

## 9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные аудитории для проведения занятий по дисциплине, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

В таблице 12 перечислены:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения;
- помещения для самостоятельной работы обучающихся, которые оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ДПИ НГТУ.

Таблица 12 – Оснащенность аудиторий и помещений для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Наименование аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность аудиторий помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	<b>1433А</b> Аудитория для лекционных и практических занятий Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	Комплект демонстрационного оборудования: ПК, с выходом на мультимедийный проектор, на базе IntelPentium G4560 3.5 ГГц, 4 Гб ОЗУ, монитор 20' – 1шт. Мультимедийный проектор Epson- 1 шт; Экран – 1 шт.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MicrosoftWindows 10 Домашняя (поставка с ПК)</li> <li>• LibreOffice 6.1.2.1. (свободное ПО)</li> <li>• FoxitReader (свободное ПО);</li> <li>• 7-zip для Windows (свободное ПО)</li> </ul>
2	<b>1234</b> Научно-техническая библиотека ДПИ НГТУ, студенческий читальный зал; Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	Комплект демонстрационного оборудования: ПК, с выходом на мультимедийный проектор, на базе IntelPentium G4560 3.5 ГГц, 4 Гб ОЗУ, монитор 20' – 1шт. Мультимедийный проектор Epson- 1 шт; Экран – 1 шт.; Набор учебно-наглядных пособий	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MicrosoftWindows 10 Домашняя (поставка с ПК)</li> <li>• LibreOffice 6.1.2.1. (свободное ПО)</li> <li>• FoxitReader (свободное ПО);</li> <li>• 7-zip для Windows (свободное ПО)</li> </ul>
3	<b>1443а</b> компьютерный класс - помещение для СРС, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ПК на базе IntelCeleron 2.67 ГГц, 2 Гб ОЗУ, монитор Acer 17' – 4 шт.</li> <li>ПК подключены к сети «Интернет» и обеспечивают доступ в электронную информационно-образовательную среду университета</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Windows 7 (подпискаDreamSpark Premium)</li> <li>• Apache OpenOffice 4.1.8 (свободное ПО);</li> <li>• Mozilla Firefox (свободное ПО);</li> <li>• Adobe Acrobat Reader (свободное ПО);</li> <li>• 7-zip для Windows (свободное ПО);</li> <li>• КонсультантПлюс (ГПД № 0332100025418000079 от 21.12.2018);</li> </ul>

## **10.1. Общие методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины, образовательные технологии**

Дисциплина реализуется посредством проведения контактной работы с обучающимися (включая проведение текущего контроля успеваемости), самостоятельной работы обучающихся и промежуточной аттестации.

Контактная работа: аудиторная, внеаудиторная, а также может проводиться в электронной информационно-образовательной среде университета (далее - ЭИОС).

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- знакомство с материалами лекций в среде MOODLE;
- проведение консультаций в конференциях Zoom;
- балльно-рейтинговая технология оценивания;
- текущий контроль знаний в форме тестирования в среде MOODLE.

При преподавании дисциплины «Математическое моделирование», используются современные образовательные технологии, позволяющие повысить активность обучающихся при освоении материала курса и предоставить им возможность эффективно реализовать часы самостоятельной работы.

Весь лекционный материал курса сопровождается компьютерными презентациями, в которых наглядно преподносится материал различных разделов курса, что дает возможность обсудить материал с обучающимися во время чтения лекций, активировать их деятельность при освоении материала. Материалы лекций в виде слайдов находятся в свободном доступе в системе MOODLE и могут быть получены до чтения лекций и проработаны обучающимися в ходе самостоятельной работы.

На лекциях, лабораторных и практических занятиях реализуются интерактивные технологии, приветствуются вопросы и обсуждения, используется личностно-ориентированный подход, технология работы в малых группах, что позволяет обучающимся проявить себя, получить навыки самостоятельного изучения материала, выровнять уровень знаний в группе.

Все вопросы, возникшие при самостоятельной работе над домашним заданием, подробно разбираются на практических занятиях и лекциях. Проводятся индивидуальные и групповые консультации с использованием как встреч с обучающимися, так и современных информационных технологий (электронная почта, Zoom).

Иницируется активность обучающихся, поощряется задание любых вопросов по материалу, практикуется индивидуальный ответ на вопросы обучающегося, рекомендуются методы успешного самостоятельного усвоения материала в зависимости от уровня его базовой подготовки.

Для оценки знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенции применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости обучающихся в процессе текущего контроля.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена с учетом текущей успеваемости.

**Результат обучения считается сформированным на повышенном уровне**, если теоретическое содержание курса освоено полностью. При устных собеседованиях обучающийся исчерпывающе, последовательно, четко и логически излагает учебный материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, использует в ответе дополнительный материал. Все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, обучающийся способен анализировать полученные результаты, проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

**Результат обучения считается сформированным на пороговом уровне**, если теоретическое содержание курса в основном освоено. При устных собеседованиях обучающийся последовательно излагает учебный материал; при затруднениях способен

после наводящих вопросов продолжить обсуждение, справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, обучающийся способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий

**Результат обучения считается несформированным**, если обучающийся при выполнении заданий не демонстрирует знаний учебного материала, допускает ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет задания, не демонстрирует необходимых умений, качество выполненных заданий не соответствует установленным требованиям, качество их выполнения оценено числом баллов ниже трех по оценочной системе, что соответствует допороговому уровню.

## **10.2. Методические указания для занятий лекционного типа**

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов тематического плана. В ходе лекционных занятий раскрываются базовые вопросы в рамках каждой темы дисциплины (таблица 4). Обозначаются ключевые аспекты тем, а также делаются акценты на наиболее сложные и важные положения изучаемого материала. Материалы лекций являются опорной основой для подготовки обучающихся к практическим занятиям и выполнения заданий самостоятельной работы, а также к мероприятиям текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

## **10.3. Методические указания по освоению дисциплины на практических занятиях**

Подготовку к каждому практическому занятию обучающийся должен начать с ознакомления с рекомендуемой литературой (таблица 4), которая отражает содержание предложенной темы. Каждая самостоятельно выполненная работа по индивидуальному варианту подлежит проверке преподавателем.

## **10.4. Методические указания по освоению дисциплины на лабораторных работах**

При оценивании лабораторных работ учитывается следующее:

- качество выполнения расчетов и степень соответствия результатов работы заданным требованиям;
- целесообразность использования изученных методов;
- качество комментариев к решению.

## **10.5. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся**

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку обучающихся к аудиторным занятиям и мероприятиям текущего контроля и промежуточной аттестации по изучаемой дисциплине. Результаты этой подготовки проявляются в активности обучающихся на занятиях и в качестве выполненных заданий для самостоятельной работы и других форм текущего контроля.

При выполнении заданий для самостоятельной работы рекомендуется проработка материалов лекций по каждой пройденной теме, а также изучение рекомендуемой литературы, представленной в Разделе 6.

В процессе самостоятельной работы при изучении дисциплины обучающиеся могут работать на компьютере в специализированных аудиториях для самостоятельной работы (таблица 12). В аудиториях имеется доступ через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет» к электронной информационно-образовательной среде университета (ЭИОС) и электронной библиотечной системе (ЭБС), где в электронном виде располагаются учебные и учебно-методические материалы, которые

могут быть использованы для самостоятельной работы при изучении дисциплины.

## 11 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 11.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе текущего контроля успеваемости

Для текущего контроля знаний обучающихся по дисциплине проводится комплексная оценка знаний, включающая

- проведение контрольных работ;
- выполнение заданий для самостоятельной работы.

#### 11.1.1. Типовые задания для контрольных работ

Контрольная работа № 1

Решить следующие задачи для  $(x,t)$  в  $R^2 \times R^2$  ( $t > 0$ ):

$$\begin{cases} 9u_t = \Delta u, \\ u|_{t=0} = (xy)^2; \end{cases} \quad \begin{cases} 9u_t = \Delta u, \\ u|_{t=0} = (xy)^2; \end{cases} \quad \begin{cases} u_t = 4\Delta u, \\ u|_{t=0} = \sin x + \sin y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_t = 4\Delta u, \\ u|_{t=0} = \sin x + \sin y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_t = 4\Delta u, \\ u|_{t=0} = \sin x * \sin y; \end{cases} \quad \begin{cases} u_t = 4\Delta u, \\ u|_{t=0} = \sin x * \sin y; \end{cases} \quad \begin{cases} 4u_t = \Delta u, \\ u|_{t=0} = e^x y^2; \end{cases} \quad \begin{cases} 4u_t = \Delta u, \\ u|_{t=0} = e^x y^2; \end{cases}$$

Контрольная работа № 2

1. Решить задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + ku \frac{\partial u}{\partial x} = 0; & (t > 0, x > 0) \\ \end{cases}$$

### 11.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе промежуточной аттестации по дисциплине

#### 11.2.1. Типовые практические задания к экзамену:

1. Методом усреднения решить приближенно задачу

$$\ddot{x} + x - \mu(\dot{x} - \dot{x}^3) = 0; \quad x|_{t=0} = x_0; \quad \dot{x}|_{t=0} = 0$$

2. Построить с точностью  $O(\mu)$  (т.е. с остаточным членом  $O(\mu)$ ) асимптотику решения  $z(t, \mu)$  следующей начальной задачи на отрезке  $1 \leq t \leq 2$ .

$$\mu \frac{dz}{dt} = z^2 - t^2; \quad z(1, \mu) = 0$$

3. Пусть по реке вместе с водой переносятся сброшенные в реку отходы химического производства. Пренебрегая шириной реки по сравнению с длиной, будем считать движение воды одномерным. Направим ось  $x$  вдоль реки. Пусть  $q(x)$  – поток воды, проходящий через сечение с координатой  $x$ . Река вбирает потоки, поэтому  $q(x)$ , вообще говоря, меняется с ростом  $x$ . Пусть в момент  $t=0$  вода была чистая, а при  $t>0$  в сечении  $x=x_0$  сливаются сбросы в количестве  $f(t)$ . Эти сбросы переносятся течением и частично оседают на дно. Пусть в единицу времени на единицу длины реки количество осаждающегося вещества равно  $\alpha u(x,t)$ , где  $\alpha$  – коэффициент, а  $u(x,t)$  – количество взвешенного загрязняющего вещества на единицу длины реки. Требуется рассчитать количество вещества  $u(x,t)$  в реке при  $t>0$ ,  $x>x_0$ .
4. Пусть через слой  $0 \leq x \leq l$  пористого сорбента в направлении оси  $x$  проходит поток воздуха со скоростью  $q$ , переносящий газообразное химическое вещество. Пусть  $C(x,t)$  – концентрация вещества в порах,  $a(x,t)$  – на поверхности сорбента. Эти концентрации связаны соотношением  $a=f(C)$ . Функция  $f$  называется изотермой сорбции. Ее вид зависит от свойств сорбента. Рассмотрим такую задачу. Пусть при  $t=0$  сорбент чистый, а при  $t>0$  на вход подается концентрация  $C(0,t)=\alpha t$ . Пусть  $f(C)=k \ln(1+C)$ . Требуется определить  $C(l,t)$  – концентрацию вещества на выходе из слоя сорбента.
5. Решить задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + ku \frac{\partial u}{\partial x} = 0; (t>0, x>0) \\ \vdots \end{cases}$$

6. Поток воздуха имеет скорость  $v$ . С потоком переносится вещество, при этом происходит диффузия вещества в воздухе.

$$0; x < 0$$

Концентрация вещества при  $t=0$  равна

Кроме этого: в случае а) с воздухом переносится источник, выделяющий постоянное количество вещества в единицу времени. При  $t=0$  положение источника  $x=0$ .

В случае б) происходит осаждение вещества на стенки пропорционально концентрации вещества в сечении.

Требуется найти концентрацию вещества в обоих случаях, считая задачу одномерной по координате.

7. Задача о температурных волнах.

Найти распределение температуры земли с глубиной, считая поверхность Земли плоской, землю однородной средой, температуру на поверхности  $T=T_0 \sin \omega t$ .

8. Плоский источник малых возмущений движется равномерно с дозвуковой скоростью вдоль цилиндрической неограниченной трубки с газом. Считая, что возмущение давления в том месте, где находится источник в момент  $t>0$ , является известной функцией времени  $f(t)$ , найти колебания газа слева и справа от источника, если начальный момент времени газ был в невозмущенном состоянии, а источник находился в точке  $x=0$ . Рассмотреть частный случай  $\Delta p = \sin \omega t$ .

9. Найти температуру стержня  $0 \leq x \leq l$  с теплоизолированной боковой поверхностью, имеющего форму усеченного конуса, пренебрегая искривлением

изотермических поверхностей, если температура концов стержня поддерживается равной нулю, а начальная температура стержня произвольна.

10. Свести к вариационной задаче следующую дифференциальную:

$$\frac{d}{dx} \left( p(x) \frac{du}{dx} \right) - q(x)u = f(x); \quad u|_{x=0} = 0; \quad u|_{x=l} = 0; \quad (p, q > 0).$$

Построить алгоритм решения вариационной задачи с помощью метода Ритца путем

разложения по системе функций  $\left\{ \sin \frac{\pi n}{l} x \right\}$ . Доказать, что  $\bar{u}_k \Rightarrow u$  при  $k \rightarrow \infty$ ,

где  $\bar{u}_k$  функция, на которой достигается экстремум функционала в классе функций

$$u_k(x) = \sum_{n=1}^k C_n \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

11. Решить в области  $x > 0, y > 0$ , используя функцию Римана:

$$\left( \begin{array}{l} u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} = 0; \\ u|_{x=0} = e^{-2y}; \end{array} \right)$$

12. Решить краевую задачу:

$$\left( \begin{array}{l} x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0; \\ -\infty < x < \infty; \quad 1 < y < \infty; \\ u|_{y=1} = \phi(x) \end{array} \right)$$

13. Решить следующие задачи в  $R^3$ :

$$\begin{cases} \Delta u = 0, r < R, \\ u|_{r=R} = \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) \sin \theta; \end{cases}$$

Регламент проведения текущего контроля в форме компьютерного тестирования

Кол-во заданий в банке вопросов	Кол-во заданий, предъявляемых обучающемуся	Время на тестирование, мин.
60	60	30

Полный фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации в форме компьютерного тестирования размещен в банке вопросов данного курса дисциплины в СДО MOODLE.